**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Για δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α, Β ενός δειγματικού χώρου Ω, να αποδείξετε ότι



**Μονάδες 7**

**Α2.** Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο ;

**Μονάδες 4**

**Α3.** Τι ονομάζεται (απόλυτη) συχνότητα vi της τιμής xi μιας μεταβλητής Χ;

**Μονάδες 4**

**Α4.** *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

**α)** Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 99,7% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα , όπου  η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

(μονάδες 2)

**β)** Σε ομαδοποιημένα δεδομένα το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι πάντοτε ίσο με ένα.

(μονάδες 2)

**γ)** Έστω μια συνάρτηση παραγωγίσιμη στο σημείο x0. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της (x0, f(x0)) είναι f΄(x0)

(μονάδες 2)

**δ)** Το ενδεχόμενο Α-Β πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται το Α αλλά όχι το Β

(μονάδες 2)

**ε)** Ο σταθμισμένος αριθμητικός μέσος ή σταθμικός μέσος είναι ίσος με μέτρο διασποράς.

(μονάδες 2)

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Η βαθμολογία εξήντα μαθητών ενός Λυκείου σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών βρίσκεται στο διάστημα [10, 20) και έχει ομαδοποιηθεί σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους. Γνωρίζουμε, επίσης, ότι έξι μαθητές έχουν πάρει βαθμό μικρότερο από 12, δεκαοκτώ μαθητές μικρότερο από 14, έξι μαθητές μεγαλύτερο ή ίσο του 18 και δεκαοκτώ μαθητές μεγαλύτερο ή ίσο του 16.

**Β1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων κατάλληλα συμπληρωμένο, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



**Μονάδες 12**

**Β2.** Να βρείτε τη μέση βαθμολογία  των μαθητών και τη διάμεσο δ των βαθμολογιών τους.

**Μονάδες 8**

**Β3.** Στο 5% των μαθητών με την καλύτερη επίδοση πρόκειται να δοθεί έπαινος. Από ποιον βαθμό και πάνω πρέπει να γράψει κάποιος μαθητής για να πάρει έπαινο;

(Θεωρούμε ότι οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες).

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Έστω Ω={-1, 0, 1, 2} ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης. Οι πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω δίνονται από τη σχέση

 με α>0

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα Α, Β του Ω με

Α={κΩ / κ2>1}

Β={κΩ / (κ2-1)(κ2-4)=0}

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  και να βρείτε τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω.

**Μονάδες 8**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι  και να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Γ: «να πραγματοποιείται το Β και όχι το Α»

Δ: «να μην πραγματοποιείται το Α ή να μην πραγματοποιείται το Β».

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Θεωρούμε τη συνάρτηση

, xR, κΩ

και το ενδεχόμενο

Ε={κΩ / η συνάρτηση f να είναι γνησίως αύξουσα}.

Να εξετάσετε αν το ενδεχόμενο Ε είναι βέβαιο.

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ με μήκος 100 m. Θεωρούμε εσωτερικό σημείο Γ του ΑΒ τέτοιο, ώστε το μήκος του τμήματος ΑΓ να είναι x m.



**Δ1.** Kατασκευάζουμε τα τετράγωνα ΑΓΔΖ και ΓΒΘΗ, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

1. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο τετραγώνων, ως συνάρτηση του x, είναι

E(x)=2x2-200x+10000, x(0, 100)

(μονάδες 3)

1. Να βρείτε για ποια τιμή του x το εμβαδόν Ε(x) γίνεται ελάχιστο.

(μονάδες 5)

**Μονάδες 8**

Στη συνέχεια, για x=50, χωρίζουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ σε v διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα , i=1, 2, …, v με αντίστοιχα μήκη xi, i=1, 2, …, v.

Αν η μέση τιμή των μηκών xi, i=1, 2, …, v είναι =2 και η τυπική τους απόκλιση είναι S=0,2 τότε:

**Δ2.** Να δείξετε ότι v=25

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να βρείτε τη μέση τιμή των εμβαδών των τετραγώνων που κατασκευάζονται με πλευρές τα διαδοχικά τμήματα  με αντίστοιχα μήκη xi, όπου i=1, 2, …, 25

Δίνεται ότι: 

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Επιλέγουμε τυχαία ένα από τα διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα , i=1, 2, …, 25

Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου

Λ={, i=1, 2, …, 25 τέτοιο, ώστε ο δείκτης i να είναι πολλαπλάσιο του 3 ή πολλαπλάσιο του 4}.

**Μονάδες 6**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 151

**Α2.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 14

**Α3.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 65

**Α4. α)** Λάθος, **β)** Λάθος, **γ)** Σωστό, **δ)** Σωστό, **ε)** Λάθος

**ΘΕΜΑ Β**

**Β1.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Κλάσεις | Κεντρικές Τιμές xi | Συχνότητα vi | Σχετική Συχνότητα fi% | Αθροιστική Συχνότητα Ni | Αθροιστική Σχετική Συχνότητα fi% |
| [10, 12) | 11 | 6 | 10 | 6 | 10 |
| [12, 14) | 13 | 12 | 20 | 18 | 30 |
| [14, 16) | 15 | 24 | 40 | 42 | 70 |
| [16, 18) | 17 | 12 | 20 | 54 | 90 |
| [18, 20) | 19 | 6 | 10 | 60 | 100 |
| Σύνολο |  | 60 | 100 |  |  |

**Β2.** 

fi%

100

90

80

70

60

50

40

30

20

10

xi

10 12 14 16 18 20

δ=15

**Β3.** 19

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** , p(0)=α, , .



Άρα , , , 

**Γ2.**  ή κ< -1 άρα Α={2}



 ή  άρα Β={-1, 1, 2}



, 





**Γ3.** , , 

Πρέπει: 

Άρα Ε={-1, 0, 1, 2}=Ω

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1. i)** Ε(x)=(ΑΓΔΖ)+(ΓΒΘΗ)=x2+(100-x)2

= 2x2-200x+10000, 

**ii)** Ε΄(x)=4x-200







Άρα η συνάρτηση Ε(x) έχει ελάχιστο στο x=50

**Δ2.** 

**Δ3.** Τα εμβαδά των τετραγώνων είναι Ei=xi2 και η μέση τιμή τους: 

Άρα 4,04 m2.

**Δ4.** Ω={1, 2,…, 25} Ν(Ω)=25

Λ={3, 4, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 18, 20, 21, 24} Ν(Λ)=12



ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΤΟΜΕΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ **«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ**

ΚΟΥΣΗΣ Π. – ΤΖΩΡΤΖΙΝΗΣ Ι. – ΦΙΛΙΟΓΛΟΥ Ε. – ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΣ Α.